

Contrôle terminal de Mécanique des solides

Session 2 – Durée 1h30

L'usage des calculatrices et des téléphones portables est interdit.

Question de cours

- 1) Donner sans démonstration la relation cinématique entre les vitesses de deux points quelconques d'un solide.
- 2) Quelle est la caractéristique d'un solide qui permet d'expliquer cette relation ?
- 3) Application : dans le cas d'une roue de bicyclette se déplaçant sans glissement sur une route sèche, démontrer la relation entre la vitesse angulaire de la roue et la vitesse de son centre d'inertie.

Problème : condition de basculement d'un véhicule dans un virage (tonneau)

Un véhicule de masse M roule à vitesse de norme constante v le long d'une route en forme d'arc de cercle de rayon R (virage) (voir figure 1). On cherche à savoir à partir de quelle vitesse le véhicule est susceptible de basculer sur sa roue **extérieure** (tonneau).

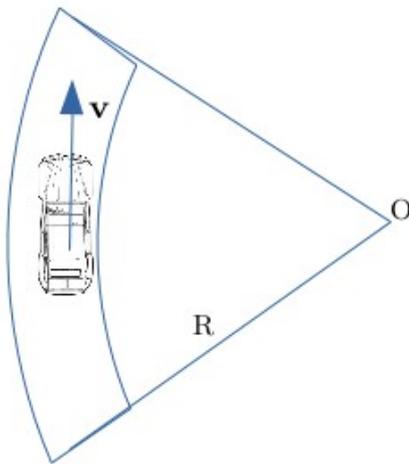


Figure 1

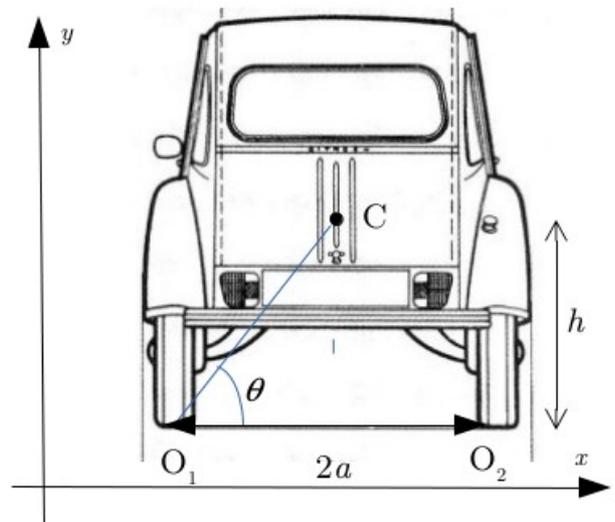


Figure 2

Les dimensions du véhicule sont données sur la figure 2 : la distance entre les deux roues est notée $2a$, le centre d'inertie C du véhicule est à une hauteur h du sol. On note x/x et y/y les axes respectivement horizontal et vertical dans le plan de coupe du véhicule.

On étudie un éventuel basculement sur la roue extérieure. Il est donc logique de faire

cette étude dans le référentiel R^* lié à la carrosserie. On définit pour cela l'angle θ que fait l'axe O_1C avec la route O_1O_2 (cf. figure 2). Il est clair que si on veut éviter le tonneau, il faut que θ reste constant égal à sa valeur de départ ! On fera cette hypothèse dans tout le problème.

On note \mathbf{R}_e et \mathbf{R}_i les réactions de contact de la route sur les roues respectivement extérieures et intérieures. Chacune de ces réactions peut être décomposée en une composante tangentielle \mathbf{T} et une composante normale \mathbf{N} .

Enfin, on notera g l'accélération de la pesanteur.

- 1) Combien de degrés de liberté le véhicule possède-t-il dans le référentiel R^* ?
- 2) Le référentiel du véhicule R^* est-il galiléen ou non galiléen ? Justifier votre réponse.
- 3) Faire un bilan des forces extérieures (à distance et de contact) s'exerçant sur le véhicule.

Comme les dimensions du véhicule restent petites devant R , on admettra sans démonstration que la force d'inertie d'entraînement subie par le véhicule s'écrit $\vec{F}_{ie} = -M\omega^2 R\vec{e}_x$, où $\omega = v/R$ est la vitesse angulaire du véhicule dans le référentiel terrestre.

- 4) Que vaut l'accélération du véhicule dans R^* ?
Que vaut le moment cinétique du véhicule dans R^* ?
- 5) Ecrire le théorème du centre d'inertie dans R^* en projection sur les axes x et y .
- 6) Ecrire le théorème du moment cinétique en C dans R^* .
- 7) Montrer que l'on a : $aN_e - aN_i = h(T_e + T_i) = M\omega^2 Rh$.
- 8) En déduire l'expression des composantes normales N_e et N_i en fonction de g , M , ω , R , a et h .
- 9) Que peut-on dire du signe de N_e ? du signe de N_i ?
A partir de quelle vitesse $v = R\omega$ limite, le véhicule commence-t-il à basculer sur sa roue extérieure ?
- 10) Expliquer pourquoi les virages sur autoroute sont toujours très peu courbés.
Expliquer également la géométrie particulière des voitures de course.